



教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品学练考

AI智慧升级版

主编 肖德好

练习册

高中数学

选择性必修第一册 RJB



本书为智慧教辅升级版

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪里不会选哪里；随时随地想聊就聊，想问就问。



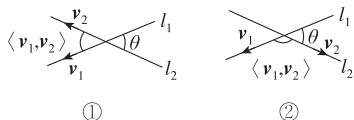
 江西教育出版社
全国百佳图书出版单位

01

【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

◆ 知识点三 空间中两条直线所成的角

(1) 设 v_1, v_2 分别是空间中直线 l_1, l_2 的方向向量, 且 l_1 与 l_2 所成角的大小为 θ , 则 $\theta =$ _____ (如图①所示) 或 $\theta =$ _____ (如图②所示), 所以 $\sin \theta =$ _____, $\cos \theta =$ _____.



(2) $\langle v_1, v_2 \rangle = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow$ _____ $\Leftrightarrow v_1 \cdot v_2 =$ _____.

【诊断分析】判断正误.(正确的打“√”,错误的打“×”)

(1) 两条异面直线所成的角与两直线方向向量所成的角相等或互补. ()

(2) 若两直线的方向向量分别为 v_1, v_2 , 两直线所成的角为 θ , 则 $\cos \theta = \frac{v_1 \cdot v_2}{|v_1| |v_2|}$. ()

(3) 空间中两直线所成的角唯一确定, 则两条直线对应的方向向量所成的角也唯一确定. ()

◆ 知识点四 异面直线与空间向量

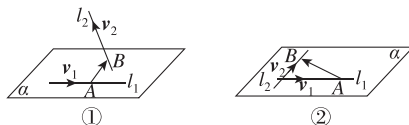
1. 异面直线的判定

设 v_1, v_2 分别是空间中直线 l_1, l_2 的方向向量.

(1) 若 l_1 与 l_2 异面, 则 v_1 与 v_2 是不可能平行的.

(2) 若 v_1 与 v_2 不平行, 则 l_1 与 l_2 的位置关系为 _____.

(3) 若 $A \in l_1, B \in l_2$, 则 l_1 与 l_2 异面时, $v_1, v_2, \overrightarrow{AB}$ _____; 若 $v_1, v_2, \overrightarrow{AB}$ 不共面, 则 l_1 与 l_2 异面. (如图①②所示)



2. 异面直线间的距离

一般地, 如果 l_1 与 l_2 是空间中两条异面直线, $M \in l_1, N \in l_2$, _____, _____, 则称 MN 为 l_1 与 l_2 的公垂线段. 两条异面直线的公垂线段的长, 称为这两条异面直线之间的 _____.

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点一 双曲线定义的应用

例 1 (1) 若双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 上的点到一个焦点的距离为 12, 则该点到另一个焦点的距离为 ()
A. 22 或 2 B. 7
C. 22 D. 2

变式 (1) 已知椭圆 $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 和双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1 (b > 0)$ 的公共焦点为 F_1, F_2 , 椭圆与双曲线在第一象限内的交点为 P , 则 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} =$ ()
A. -4 B. -6 C. -8 D. -9

【素养小结】

双曲线上的一点 P 与其两个焦点 F_1, F_2 构成的三角形 PF_1F_2 称为焦点三角形. 令 $|PF_1| = r_1, |PF_2| = r_2, \angle F_1PF_2 = \theta$, 因为 $|F_1F_2| = 2c$, 所以有

(1) 定义: $|r_1 - r_2| = 2a$.

(2) 余弦公式: $4c^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \theta$.

(3) 面积公式: $S_{\triangle PF_1F_2} = \frac{1}{2} r_1 r_2 \sin \theta$.

一般地, 在 $\triangle PF_1F_2$ 中, 通过以上三个等式, 所求问题就会顺利解决.

拓展 已知 $F_1(-\sqrt{3}, 0), F_2(\sqrt{3}, 0)$ 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 若双曲线 C 右支上一点 P 满足 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 4, \overrightarrow{PF_2} \cdot \overrightarrow{F_1F_2} = -2$, 则 $|PF_2| =$ _____, 双曲线 C 的标准方程为 _____.

◆ 探究点二 求双曲线的标准方程

【探索】 方程 $mx^2 + ny^2 = 1 (mn < 0)$ 表示的曲线是 _____.

例 2 求满足下列条件的双曲线的标准方程.

(1) $c = 6$, 焦点在 x 轴上, 且过点 $A(-5, 2)$;

(2) $b = 4$, 一个焦点的坐标是 $(-8, 0)$;

(3) 经过两点 $A(-7, -6\sqrt{2}), B(\sqrt{7}, -3)$.

03

本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

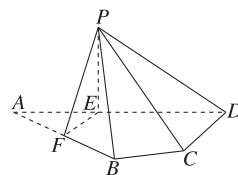
◆ 题型四 用空间向量求空间角

[类型总述] (1)求线线所成的角;(2)求线面所成的角;(3)求面面所成的角.

例4 [2024·新课标Ⅱ卷] 如图,平面四边形 $ABCD$ 中, $AB=8$, $CD=3$, $AD=5\sqrt{3}$, $\angle ADC=90^\circ$, $\angle BAD=30^\circ$, 点 E, F 满足 $\overrightarrow{AE}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, 将 $\triangle AEF$ 沿 EF 对折至 $\triangle PEF$, 使得 $PC=4\sqrt{3}$.

(1)证明: $EF \perp PD$;

(2)求平面 PCD 与平面 PBF 所成的二面角的正弦值.



04

课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

- *9.** (多选题) 在平面直角坐标系 xOy 中, $P(3,6)$, 圆 $O: x^2 + y^2 = 9$ 与 x 轴的正半轴交于点 Q , 则下列说法正确的有 ()
- A. 点 P 到圆 O 上的点的距离的最大值为 $3\sqrt{5}+3$
 - B. 过点 P 且斜率为 1 的直线被圆 O 截得的弦长为 $3\sqrt{2}$
 - C. 过点 P 与圆 O 相切的直线方程为 $3x - 4y + 15 = 0$
 - D. 过点 P 的直线与圆 O 交于不同的两点 A, B , 则直线 QA, QB 的斜率之和为定值 -1

► 思维探索 选做题

- 15.** [2025·广东深圳高二期中] 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 . 过点 F_2 向一条渐近线作垂线, 垂足为 P . 若 $|PF_2| = 2$, 直线 PF_1 的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$, 则双曲线的方程为 _____.

05

精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

► 滚动习题 (一)

范围 1.1

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、单项选择题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

1. 已知向量 $a = (0, 1, 0)$, $b = (2, 0, -2)$, 则 $(a + b) \cdot a =$ ()
 - A. 0
 - B. 2
 - C. 1
 - D. -1
2. 已知向量 $a = (-3, 2, 7)$, $b = (1, x, -1)$, 且 $a \perp b$, 则 x 的值为 ()
 - A. 4
 - B. -4
 - C. 5
 - D. -5

二、多项选择题: 本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分.

7. 下列关于空间向量的说法中正确的是 ()
 - A. 若非零向量 a, b, c 满足 $a \parallel b, b \parallel c$, 则 $a \parallel c$
 - B. 任意向量 a, b, c 满足 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
 - C. 若 $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$ 为空间向量的一组基底, 且 $\overrightarrow{OD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$, 则 A, B, C, D 四点共面
 - D. 已知向量 $a = (1, 1, x)$, $b = (-3, x, 9)$, 若 $x < \frac{3}{10}$, 则 $\langle a, b \rangle$ 为钝角

CONTENTS



01 第一章 空间向量与立体几何

PART ONE	
1.1 空间向量及其运算	001
1.1.1 空间向量及其运算	001
第1课时 空间向量的概念及线性运算	001
第2课时 空间向量的数量积	003
1.1.2 空间向量基本定理	005
1.1.3 空间向量的坐标与空间直角坐标系	007
第1课时 空间向量的坐标及运算	007
第2课时 空间直角坐标系及空间向量坐标的应用	009
滚动习题(一) [范围 1.1]	011
1.2 空间向量在立体几何中的应用	013
1.2.1 空间中的点、直线与空间向量	013
1.2.2 空间中的平面与空间向量	015
1.2.3 直线与平面的夹角	017
1.2.4 二面角	019
1.2.5 空间中的距离	021
滚动习题(二) [范围 1.2]	023

02 第二章 平面解析几何

PART TWO	
2.1 坐标法	025
2.2 直线及其方程	027
2.2.1 直线的倾斜角与斜率	027
2.2.2 直线的方程	029
第1课时 直线的点斜式方程与斜截式方程	029
第2课时 直线的两点式方程	031
第3课时 直线的一般式方程	033
2.2.3 两条直线的位置关系	035
第1课时 两条直线的相交、平行与重合	035
第2课时 与直线相关的垂直与对称	037
2.2.4 点到直线的距离	039
滚动习题(三) [范围 2.1~2.2]	041

2.3 圆及其方程 043

2.3.1 圆的标准方程 043

2.3.2 圆的一般方程 045

2.3.3 直线与圆的位置关系 047

2.3.4 圆与圆的位置关系 049

滚动习题(四) [范围 2.3] 051

2.4 曲线与方程 053

2.5 椭圆及其方程 055

2.5.1 椭圆的标准方程 055

2.5.2 椭圆的几何性质 057

第1课时 椭圆的几何性质 057

第2课时 椭圆的几何性质的综合应用 059

2.6 双曲线及其方程 061

2.6.1 双曲线的标准方程 061

2.6.2 双曲线的几何性质 063

2.7 抛物线及其方程 065

2.7.1 抛物线的标准方程 065

2.7.2 抛物线的几何性质 067

滚动习题(五) [范围 2.4~2.7] 069

2.8 直线与圆锥曲线的位置关系 071

第1课时 直线与圆锥曲线的位置关系(一) 071

第2课时 直线与圆锥曲线的位置关系(二) 073

■ 参考答案 (练习册) [另附分册 P075~P138]

■ 导学案 [另附分册 P139~P288]

本书精选带★题目,助力学生规避易错、掌握方法、总结结论

>> 测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第一章] 卷 01

阶段素养测评卷(一) [第二章 2.1~2.3] 卷 03

阶段素养测评卷(二) [第二章 2.4~2.8] 卷 05

单元素养测评卷(二) [第二章] 卷 07

模块素养测评卷 卷 09

参考答案 卷 11

第一章 空间向量与立体几何

1.1 空间向量及其运算

1.1.1 空间向量及其运算

第1课时 空间向量的概念及线性运算

一、选择题

1. 下列说法中正确的是 ()

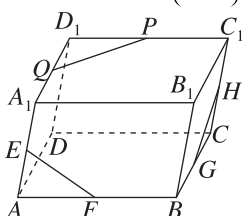
- A. 空间向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 的长度相等
 B. 将空间中所有的单位向量平移到同一个起点, 则它们的终点构成一个圆
 C. 空间向量就是空间中的一条有向线段
 D. 不相等的两个空间向量的模必不相等

2. 对于空间中的非零向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}$, 其中一定不成立的是 ()

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
 B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$
 C. $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$
 D. $|\overrightarrow{AB}| - |\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$

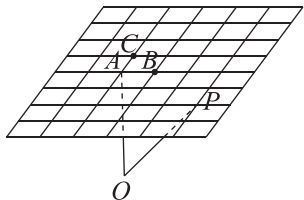
3. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G, H, P, Q 分别是 $A_1A, AB, BC, CC_1, C_1D_1, D_1A_1$ 的中点, 则 ()

- A. $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{PQ} = \mathbf{0}$
 B. $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{GH} - \overrightarrow{PQ} = \mathbf{0}$
 C. $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GH} - \overrightarrow{PQ} = \mathbf{0}$
 D. $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{PQ} = \mathbf{0}$



4. 如图所示, 已知 A, B, C 三点不共线, P 为平面 ABC 内的定点, O 为平面 ABC 外任意一点, 则下列能表示向量 $\overrightarrow{OP}$ 的为 ()

- A. $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$
 B. $\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
 C. $\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
 D. $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$

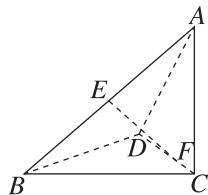


5. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列各组向量一定不共面的是 ()

- A. $\overrightarrow{AD_1}, \overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{AC_1}, \overrightarrow{A_1B}$
 C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{CD_1}$ D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$

6. [2025 · 河北保定高二期中] 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, E 是棱 AB 的中点, F 是棱 CD 上一点, 且 $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$, 则 $\overrightarrow{EF} =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
 B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
 C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
 D. $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$



7. 设棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的8个顶点构成集合 S , 集合 $P = \{a | a = \overrightarrow{P_1P_2}, P_1, P_2 \in S\}$, 则集合 P 中模为 $\sqrt{3}$ 的向量的个数是 ()
- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

8. (多选题) 已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的中心为 O , 则下列各结论中正确的有 ()

- A. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'}$ 是一对相反向量
 B. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$ 与 $\overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OD'}$ 是一对相反向量
 C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$ 是一对相反向量
 D. $\overrightarrow{OA'} - \overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OC'}$ 是一对相反向量

9. (多选题) 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是平行四边形, 则 ()

- A. $\overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$
 B. $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$
 C. $\overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA_1}$
 D. $\overrightarrow{B_1D} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA_1}$

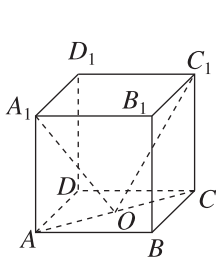
二、填空题

10. 已知空间向量 a, b, c 互相平行, 其中 a, c 同向, a, b 反向, $|a| = 3, |b| = 2, |c| = 1$, 则 $|a + b + c| =$ _____.

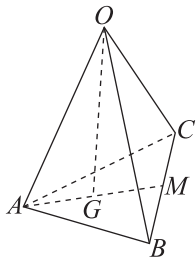
班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

11. 如图,在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 为 AC 的中点.

- (1) 化简: $\overrightarrow{A_1O} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} =$ _____;
 (2) 用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA_1}$ 表示 $\overrightarrow{OC_1}$, 则 $\overrightarrow{OC_1} =$ _____.



第 11 题图



第 12 题图

12. 如图, O 为 $\triangle ABC$ 所在平面外一点, M 为 BC 的中点,若 $\overrightarrow{AG} = \lambda \overrightarrow{AM}$ 与 $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{OC}$ 同时成立,则实数 λ 的值为 _____.

三、解答题

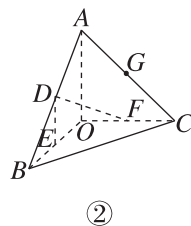
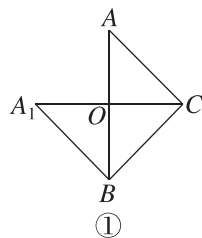
- ★13. (13 分)在四面体 $ABCD$ 中, G 是 $\triangle BCD$ 的重心, E, F, H 分别为 CD, AD, BC 的中点,化简:

- (1) $\overrightarrow{AG} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$;
 (2) $\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD})$;
 (3) $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

14. (15 分)图①是由三个相同的直角三角形组合而成的一个平面图形,将其沿 OB, OC 折起使得 A 与 A_1 重合,如图②,其中 D, E, F, G 分别为 AB, OB, OC, AC 的中点.

- (1) 用 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 表示 $\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DF}$;

- (2) 证明: D, E, F, G 四点共面.



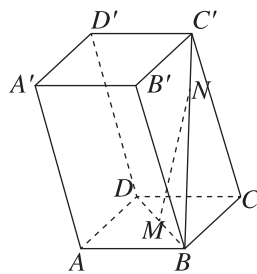
思维探索 选做题

15. 光岳楼,又称“余木楼”

“东昌楼”,位于山东省聊城市,始建于公元 1374 年.在《中国名楼》站台票纪念册中,光岳楼与鹤雀楼、黄鹤楼、岳阳楼、太白楼、滕王阁、蓬莱阁、镇海楼、甲秀楼、大观楼共同组成中国十大名楼.其墩台为砖石砌成的正四棱台,直观图如图所示,其上缘边长与底面边长之比约为 $\frac{9}{10}$,

则 $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{FB} + \frac{1}{9}\overrightarrow{DC} =$ _____.

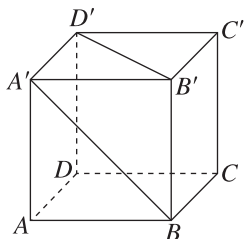
16. (15 分)如图,已知几何体 $ABCD-A'B'C'D'$ 是平行六面体.设 M 是底面 $ABCD$ 的对角线 BD 的中点, N 是 BC' 上靠近 C' 的四等分点,设 $\overrightarrow{MN} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AD} + \gamma \overrightarrow{AA'}$,试求 α, β, γ 的值.



第2课时 空间向量的数量积

一、选择题

1. 如图,在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $\langle \overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{B'D'} \rangle =$ ()



- A. 30° B. 60°
C. 90° D. 120°

2. [2024·广东东莞高二期中] 已知空间向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1, |\boldsymbol{b}|=2, \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}=1$, 则 $|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 的值为 ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$
C. 2 D. 4

3. 在三棱锥 $O-ABC$ 中, $OB=OC, \angle AOB = \angle AOC = \frac{\pi}{3}$, 则 $\langle \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BC} \rangle =$ ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

4. 在四面体 $ABCD$ 中, $\angle ACD = \angle BDC = 90^\circ$, 且 $AB=2, CD=1$, 则 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{CD}$ 上的投影为 ()

- A. $\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{CD}$
C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$

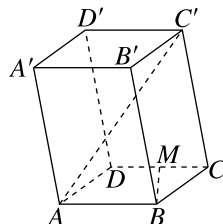
5. 已知正四面体 $PABC$ 的棱长为 2, 点 D 是 $\triangle PAB$ 的重心, 则 $\overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{BC} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

6. [2024·河北邢台高二期中] 某圆锥的轴截面是边长为 4 的正三角形, AB 是底面圆的一条直径, P 是侧面上一动点, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值为 ()

- A. 1 B. -1
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. [2025·浙江温州高二期末] 如图,在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形, $AA'=2AB$, M 是 CD 的中点, $\angle A'AB = \angle A'AD = 120^\circ$, 则异面直线 AC' 与 BM 所成角的正弦值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{95}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$
C. 1 D. $\frac{3\sqrt{21}}{14}$

8. (多选题)在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列四个说法中正确的是 ()

- A. $(\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB})^2 = 3AB^2$
B. $\overrightarrow{A_1C} \cdot (\overrightarrow{A_1B_1} - \overrightarrow{A_1A}) = 0$
C. $\overrightarrow{AD_1}$ 与 $\overrightarrow{A_1B}$ 的夹角为 60°
D. $\overrightarrow{AD_1}$ 在 $\overrightarrow{BC}$ 上的投影为 $\overrightarrow{BC}$

9. (多选题)在棱长均为 1 的四面体 $ABCD$ 中, 下列结论正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$
B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \mathbf{0}$
C. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD}$
D. $|2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = 2$

二、填空题

10. [2024·浙江杭州高二期中] 设正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 则 $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}) =$.

11. [2025·内蒙古赤峰高二期中] 已知空间向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=\sqrt{2}, |\boldsymbol{b}|=1, \boldsymbol{a} \perp (\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, 则向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 的夹角为 .

12. 已知 P 是棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ (含正方体表面) 内任意一点, 点 E 是棱 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AE}$ 的最大值为 .

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

三、解答题

- ★13. (13分)已知不共面的三个单位向量 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 两两之间的夹角均为 60° , $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.
- (1)求证: $OM \perp BC$;
- (2)求 $\cos \langle \overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON} \rangle$.

14. (15分)[2025·广西来宾高二期末] 已知 A, B, C, P 为空间内不共面的四点, G 为 $\triangle ABC$ 的重心.
- (1)若 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = k\overrightarrow{PG}$, 求 k 的值;
- (2)若向量 $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PC}$ 的模长均为 2, 且两两夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 $|\overrightarrow{PG}|$.

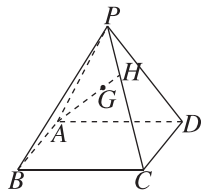
► 思维探索 选做题

15. 已知空间向量 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$, $|a| = 3$, $|b| = 1$, $|c| = 4$, 则 $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a$ 的值为_____.
16. 点 P 是底面边长为 $2\sqrt{3}$, 高为 2 的正三棱柱表面上的一个动点, MN 是该三棱柱内切球的一条直径, 则 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的取值范围是_____.

1.1.2 空间向量基本定理

一、选择题

- 已知点 M 在平面 ABC 内,并且对于空间任意一点 O ,都有 $\overrightarrow{OM} = x\overrightarrow{OA} - \frac{1}{6}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$,则 x 的值是 ()
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{3}$
- [2024·广东江门高二期中] 若 $\{e_1, e_2, e_3\}$ 是空间向量的一组基底,且向量 $a = e_1 + e_2, b = e_2 - e_3, c = e_1 + te_3$ 不能构成空间向量的一组基底,则 $t =$ ()
 A. -1 B. 1 C. 0 D. -2
- *3. 已知在四面体 $ABCD$ 中, M, N 分别是 BC, AD 的中点,设 $\overrightarrow{AB} = a, \overrightarrow{AC} = b, \overrightarrow{AD} = c$,则 $\overrightarrow{MN} =$ ()
 A. $\frac{1}{2}(-a + b + c)$ B. $\frac{1}{2}(a + b - c)$
 C. $\frac{1}{2}(a - b + c)$ D. $\frac{1}{2}(-a - b + c)$
- [2025·安徽合肥高二期中] 若向量 $\{e_1, e_2, e_3\}$ 是空间向量的一组基底,那么对任意一个空间向量 a ,存在唯一的有序实数组 (x, y, z) ,使得 $a = xe_1 + ye_2 + ze_3$,我们把有序实数组 (x, y, z) 称为基底 $\{e_1, e_2, e_3\}$ 下向量 a 的斜坐标.设向量 p 在基底 $\{a, b, c\}$ 下的斜坐标为 $(-1, 2, 3)$,则向量 p 在基底 $\{a + b, a - b, c\}$ 下的斜坐标为 ()
 A. $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, 3)$ B. $(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, 3)$
 C. $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 3)$ D. $(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -3)$
- 已知空间向量 a, b ,且 $\overrightarrow{AB} = 3a + 6b, \overrightarrow{BC} = -10a + 12b, \overrightarrow{CD} = 14a - 4b$,则一定共线的三点是 ()
 A. A, B, C B. B, C, D
 C. A, B, D D. A, C, D
- 在所有棱长都为 1 的平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点, $\angle BAD = 60^\circ, \angle DAA_1 = \angle BAA_1 = 30^\circ$,则 $|\overrightarrow{BM}| =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{5}{4}$
- [2025·四川遂宁高二期末] 如图所示,若 P 为平行四边形 $ABCD$ 所在平面外一点, H 为 PC 上的点,且 $\frac{PH}{HC} = \frac{1}{2}$,点 G 在 AH 上,且 $\frac{AG}{AH} = m$.若 G, B, P, D 四点共面,则 $m =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{2}{3}$
- (多选题)已知空间四点 A, B, C, D 及空间任意一点 O ,由下列条件一定可以得出 A, B, C, D 四点共面的有 ()
 A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AD}$
 B. $\overrightarrow{OA} = 3\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$
 C. $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC}$
 D. $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BO} + 3\overrightarrow{AO} - 5\overrightarrow{DO}$
- (多选题)[2025·山东淄博高二期末] 关于空间向量,以下说法正确的是 ()
 A. 非零向量 a, b ,若 $a \cdot b = 0$,则 $a \perp b$
 B. 若对空间中任意一点 O ,有 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$,则 P, A, B, C 四点共面
 C. 空间四个点 P, A, B, C ,若 $\overrightarrow{PC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{PA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{PB}$,则 A, B, C 三点共线
 D. 设 $\{a, b, c\}$ 是空间向量的一组基底,则 $\{a - b, b + c, a + c\}$ 也是空间向量的一组基底



二、填空题

- 在四面体 $O-ABC$ 中, M, N 分别是 BC, OA 的中点,设 $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OB} = b, \overrightarrow{OC} = c$,则用基底 $\{a, b, c\}$ 表示向量 $\overrightarrow{MN} =$ _____.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

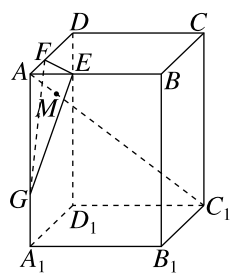
11. 已知 A, B, C 三点共线, 则对空间中任一点 O , 若 $\overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{OB} + \mu\overrightarrow{OC}$, 则 $\mu =$ _____; 如果存在三个不为 0 的实数 λ, m, n , 使 $\lambda\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB} + n\overrightarrow{OC} = \mathbf{0}$, 那么 $\lambda + m + n$ 的值为 _____.

*12. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$,

$$\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GA_1},$$

AC_1 与平面 EFG 交于点

M , 则 $\frac{AM}{AC_1} =$ _____.



三、解答题

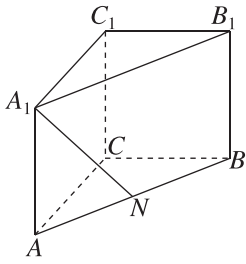
13. (13 分)(1) 在四面体 $OABC$ 中, M, N 分别是 $\triangle ABC, \triangle OBC$ 的重心, 设 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, 试以 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 为空间向量的一组基底表示向量 $\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}, \overrightarrow{MN}$.

(2) 已知向量 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ 是三个不共面的非零向量, 且 $\mathbf{a} = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \mathbf{b} = -\mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_3, \mathbf{c} = 11\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2 + \lambda\mathbf{e}_3$, 若向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 共面, 求 λ 的值.

14. (15 分) 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\overrightarrow{CA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{CB} = \mathbf{b}, \overrightarrow{CC_1} = \mathbf{c}, CA = CB = CC_1 = 1, \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \langle \mathbf{a}, \mathbf{c} \rangle = \frac{2\pi}{3}, \langle \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle = \frac{\pi}{2}, N$ 是 AB 的中点.

(1) 求 A_1N 的长;

(2) 若点 M 是棱 C_1B_1 所在直线上的点, 设 $\overrightarrow{C_1M} = t\overrightarrow{C_1B_1}, t \in \mathbf{R}$, 当 $AM \perp CB$ 时, 求实数 t 的值.



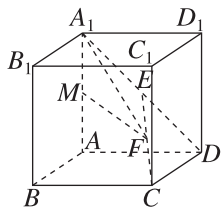
思维探索 选做题

15. 在正四棱锥 $P-ABCD$ 中, 若 $\overrightarrow{PE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$, 平面 AEF 与棱 PD 交于点 G , 若 $\overrightarrow{PG} = \lambda\overrightarrow{PD}$, 则 $\lambda =$ _____.

16. (15 分)[2025 · 吉林长春高二期中] 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F, M 分别是 A_1D, EC, AA_1 的中点. 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}, \overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$.

(1) 用基底 $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}$ 表示向量 $\overrightarrow{A_1F}$.

(2) 在棱 BC 上是否存在一点 G , 使得 $MF \perp EG$? 若存在, 指出点 G 的位置; 若不存在, 请说明理由.



1.1.3 空间向量的坐标与空间直角坐标系

第1课时 空间向量的坐标及运算

一、选择题

1. [2025·湖北随州第二高级中学高二月考] 已知

$$\mathbf{a}=(2,3,-4), \mathbf{b}=(-4,-3,-2), \mathbf{b}=\frac{1}{2}\mathbf{x}-$$

$2\mathbf{a}$, 则 $\mathbf{x}$ 等于 ()

- A. $(0,3,-6)$ B. $(0,6,-20)$
C. $(0,6,-6)$ D. $(6,6,-6)$

2. [2025·浙江杭州高二期中] 已知向量 $\mathbf{a}=(2,0,$

$$2), \mathbf{b}=\left(-\frac{1}{2}, 1, -\frac{3}{2}\right), \mathbf{c}=(1, -2, 3)$$
, 则下列结

论正确的是 ()

- A. $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 垂直
B. $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}+\mathbf{c}$ 共线
C. $\mathbf{b}$ 与 $\mathbf{c}$ 所成角为钝角
D. $7\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{c}$ 上的投影向量为 $4\mathbf{c}$

3. 设 $x, y \in \mathbf{R}, \mathbf{a}=(1,1,1), \mathbf{b}=(1,y,z), \mathbf{c}=(x,$

$$-4,2)$$
, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{c}, \mathbf{b} \parallel \mathbf{c}$, 则 $|2\mathbf{a}+\mathbf{b}|=$ ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. 0
C. 3 D. $3\sqrt{2}$

4. 已知 $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ 是空间向量的一组单位正交基底, 且 $\overrightarrow{AB}=-\mathbf{i}+\mathbf{j}-\mathbf{k}, \overrightarrow{CD}=2\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}$, 则 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 夹角的正弦值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{3}$
C. $\frac{\sqrt{7}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

5. 若向量 $\mathbf{a}=(2,1,-2), \mathbf{e} \parallel \mathbf{a}$ 且 $|\mathbf{e}|=1$, 则 $\mathbf{e}=$ ()

- A. $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ 或 $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
B. $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$
C. $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
D. $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 或 $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

6. 已知空间向量 $\overrightarrow{PA}=(1,2,4), \overrightarrow{PB}=(5,-1,3),$

$$\overrightarrow{PC}=(m,n,-1)$$
, 则“ P, A, B, C 四点共面”是 “ $10m+17n=-11$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 充要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

7. 已知向量 $\mathbf{a}=(1,1,1), \mathbf{b}=(0,y,1) (0 \leq y \leq 1)$, 则 $\cos \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ 的最大值为 ()

- A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C. 2 D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

8. (多选题) 已知空间中两个向量 $\mathbf{a}=(1,1,0), \mathbf{b}=$

$$(-1,0,2)$$
, 则下列结论正确的是 ()

- A. 若 $|\mathbf{c}|=3$, 且 $\mathbf{c} \parallel (\mathbf{b}-\mathbf{a})$, 则 $\mathbf{c}=(2,1,-2)$
B. $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的夹角的余弦值为 $-\frac{\sqrt{10}}{10}$
C. 若 $k\mathbf{a}+\mathbf{b}$ 与 $k\mathbf{a}-2\mathbf{b}$ 垂直, 则 k 的值为 2
D. 若 $\lambda(\mathbf{a}+\mathbf{b})+\mu(\mathbf{a}-\mathbf{b})$ 与向量 $(0,0,1)$ 垂直, 则 λ, μ 应满足 $\lambda-\mu=0$

9. (多选题) [2025·安徽亳州高二期末] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, $A(1,t-4,3), B(2,4,t)$, 则 ()

- A. 存在 $t \in \mathbf{R}$, 使得 $|\overrightarrow{OB}|=2|\overrightarrow{OA}|$
B. 存在 $t \in \mathbf{R}$, 使得 $|\overrightarrow{AB}|=2$
C. 若向量 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 的夹角是锐角, 则 t 的取值范围是 $(2, +\infty)$
D. 若向量 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 的夹角是钝角, 则 t 的取值范围是 $(-\infty, 2)$

二、填空题

10. 已知空间中两个向量 $\overrightarrow{AB}=(1,2,0), \overrightarrow{AC}=(2,0,2)$, 则 $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影的数量为 _____.

11. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 若空间向量 $\mathbf{a}=(x,y,2)$ 与 $\mathbf{b}=(6,4,-4)$ 平行, 则 $|\mathbf{a}|=$ _____.

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

12. [2025·四川雅安高二期中] 已知直线 l_1, l_2 的方向向量分别为 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, 若向量 $\mathbf{a} = (-2, 2, 1)$, $\mathbf{b} = (0, x, -1)$, 且 $\sin \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 则实数 x 的值为_____.

三、解答题

13. (13 分) 已知空间中两个向量 $\overrightarrow{AB} = (-2, -1, 3)$, $\overrightarrow{AC} = (1, -3, 2)$.
 (1) 求以线段 AB, AC 为邻边的平行四边形的面积;
 (2) 若向量 $\mathbf{a}$ 分别与 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 垂直, 且 $|\mathbf{a}| = \sqrt{3}$, 求 $\mathbf{a}$ 的坐标.

14. (15 分) 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 0, -1)$, $\mathbf{b} = (3, t, 0)$.
 (1) 若 $t = 3$, 求 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$;
 (2) 求证: 对任意 $t \in \mathbf{R}$, $2\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 不垂直;
 (3) 若 $\lambda\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $\mathbf{c} = (0, 0, 1)$ 平行, 求 λ, t 的值.

► 思维探索 选做题

15. (多选题) 设向量 $\mathbf{u} = (a, b, 0)$, $\mathbf{v} = (c, d, 1)$, 其中 $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = 1$, 则下列说法正确的是 ()
 A. 向量 $\mathbf{v}$ 与 $\mathbf{m} = (0, 0, 1)$ 的夹角为定值 (与 c, d 的值无关)
 B. $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ 的最大值为 $\sqrt{2}$
 C. $\mathbf{u}$ 与 $\mathbf{v}$ 的夹角的最大值为 $\frac{3\pi}{4}$
 D. $ad - bc$ 的最大值为 1

16. 设空间中两个单位向量 $\overrightarrow{OA} = (m, n, 0)$, $\overrightarrow{OB} = (0, s, t)$ 与向量 $\overrightarrow{OC} = (1, 1, 1)$ 的夹角的余弦值都等于 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 则 $\angle AOB =$ _____.

第2课时 空间直角坐标系及空间向量坐标的应用

一、选择题

1. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 设点 B 是点 $A(2, 3, 4)$ 关于 xOy 平面的对称点, 则 $|\overrightarrow{AB}| =$ ()
A. 8 B. $2\sqrt{2}$ C. 29 D. $\sqrt{29}$

2. [2025·湖南长沙高二期末] 在平行四边形 $ABCD$ 中, $A(1, -2, 3), B(-4, 5, 6), C(0, 1, 2)$, 则点 D 的坐标为 ()

- A. $(5, -6, -1)$ B. $(-5, 8, 5)$
C. $(-5, 6, 1)$ D. $(5, -8, -5)$

3. 如图, 圆锥的底面直径

$AB=4$, 高 $OC=2\sqrt{2}$, D 为底面圆周上的一点,

且 $\angle AOD = \frac{2\pi}{3}$, 则点 D 的坐标为 ()

- A. $(-\sqrt{3}, 1, 0)$ B. $(\sqrt{3}, 1, 0)$
C. $(\sqrt{3}, -1, 0)$ D. $(-\sqrt{3}, -1, 0)$

4. [2025·广西百色高二期中] 已知空间向量 $\mathbf{a} = (2, 1, 0)$, $\mathbf{b} = (1, 0, -1)$, 则 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量为 ()

- A. $\frac{1}{2}\mathbf{b}$ B. $\frac{1}{2}\mathbf{a}$ C. $\mathbf{b}$ D. $\mathbf{a}$

5. 已知点 $A(1, -2, 11), B(4, 2, 3), C(6, -1, 4)$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

- A. 等腰三角形 B. 等边三角形
C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

6. 已知空间中三点 $O(0, 0, 0), A(-1, 1, 0), B(0, 2, 1)$, 在直线 OA 上有一点 H 满足 $BH \perp OA$, 则点 H 的坐标为 ()

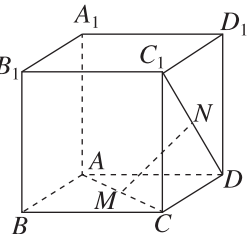
- A. $(-1, 1, 0)$ B. $(-1, 0, 0)$
C. $(-1, -1, 1)$ D. $(1, 1, 0)$

7. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1,

M, N 分别是面对角线 AC, C_1D 上的点, 且

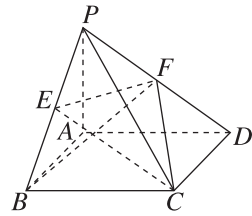
$\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{C_1D}$, 则 MN 的长为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$



8. (多选题) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为矩形, E, F 分别为 PB, PD 的中点, 则 ()

- A. $\overrightarrow{BF}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
B. $\overrightarrow{EF}$ 在 $\overrightarrow{AD}$ 上的投影向量为 $\overrightarrow{AD}$
C. $\overrightarrow{CE}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
D. $\overrightarrow{CF}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $-\overrightarrow{AB}$



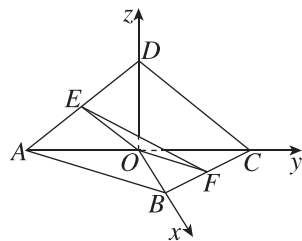
9. (多选题) 在菱形纸片 $ABCD$ 中, E, F 分别为 AD, BC 的中点, O 是菱形 $ABCD$ 的中心, $AB=2, \angle ABC = \frac{2\pi}{3}$, 将菱形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 使平面 $ACD \perp$ 平面 ABC , 以 O 为原点, $\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}$ 的方向分别为 x 轴、 y 轴、 z 轴的正方向, 建立如图所示的空间直角坐标系, 则 ()

- A. $E(0, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$

- B. $F(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0)$

- C. $\overrightarrow{EF} = (\frac{1}{2}, \sqrt{3}, -\frac{1}{2})$

- D. $\cos \angle EOF = -\frac{3}{4}$

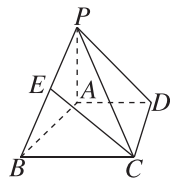


二、填空题

10. [2024·浙江绍兴一中高二期中] 光源 $P(3, 2, 1)$ 经过 yOz 平面反射后经过 $Q(1, 6, 5)$, 则反射点 R 的坐标为 _____.

11. 在四面体 $ABCD$ 中, 若 $\overrightarrow{AB} = (-3, 5, 2), \overrightarrow{CD} = (-7, -1, -4)$, 点 E, F 分别为 BC, AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EF}$ 的坐标为 _____.

12. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD, PA = AD = CD = 2, BC = 3, PC = 2\sqrt{3}$, E 为 PB 的中点, $CD \perp BC$, 则 CE 的长度为 _____.

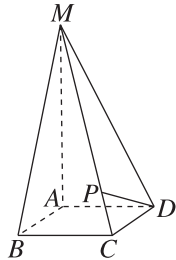


班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

三、解答题

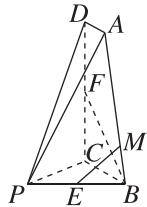
13. (13 分) 如图所示, 在四棱锥 $M-ABCD$ 中, $MA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $MA = 2AB$, P 是棱 MC 上一点, 且 $\overrightarrow{CP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CM}$.

- (1) 建立适当的坐标系并求点 P 的坐标;
(2) 求证: $MB \perp DP$.



14. (15 分) 如图所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\triangle PBC$ 为等腰直角三角形, 且 $\angle CPB = 90^\circ$, 四边形 $ABCD$ 为直角梯形, 满足 $AD \parallel BC$, $CD \perp AD$, $BC = CD = 2AD = 4$, $PD = 2\sqrt{6}$.

- (1) 求证: $CD \perp PB$;
(2) 若点 E 为 PB 的中点, 点 F 为 CD 的中点, 点 M 为棱 AB 上一点. 当 $\overrightarrow{EM} \perp \overrightarrow{BF}$ 时, 求 $\frac{|\overrightarrow{AM}|}{|\overrightarrow{AB}|}$ 的值.



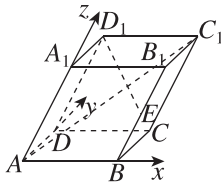
思维探索 选做题

15. (17 分) [2024 · 湖北宜荆高二期中] 空间中, 两两互相垂直且有公共原点的三条数轴构成直角坐标系. 如果坐标系中有两条坐标轴不垂直, 那么这样的坐标系称为“斜坐标系”. 现有一种空间斜坐标系, 它任意两条数轴的夹角均为 60° , 我们将这种坐标系称为“斜 60° 坐标系”. 我们类比空间直角坐标系, 定义“空间斜 60° 坐标系”下向量的斜 60° 坐标: i, j, k 分别为“斜 60° 坐标系”下三条数轴 (x 轴, y 轴, z 轴) 正方向上的单位向量, 若向量 $n = xi + yj + zk$, 则 n 与有序实数组 $[x, y, z]$ 一一对应, 称向量 n 的斜 60° 坐标为 $[x, y, z]$, 记作 $n = [x, y, z]$.

- (1) 若 $a = [1, 2, 3]$, $b = [-1, 1, 2]$, 求 $a + b$ 的斜 60° 坐标.

- (2) 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 2$, $AA_1 = 3$, $\angle BAD = \angle BAA_1 = \angle DAA_1 = 60^\circ$, 建立“空间斜 60° 坐标系”如图所示.

- ① 若 $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EB_1}$, 求向量 $\overrightarrow{ED_1}$ 的斜 60° 坐标;
② 若 $\overrightarrow{AM} = [3, t, 0]$, 且 $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{AC_1}$, 求 $|\overrightarrow{AM}|$.



滚动习题(一)

范围 1.1

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 已知向量 $\mathbf{a} = (0, 1, 0)$, $\mathbf{b} = (2, 0, -2)$, 则 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a} =$ ()

- A. 0 B. 2
C. 1 D. -1

2. 已知向量 $\mathbf{a} = (-3, 2, 7)$, $\mathbf{b} = (1, x, -1)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 x 的值为 ()

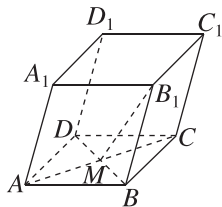
- A. 4 B. -4
C. 5 D. -5

3. 已知空间向量 $\overrightarrow{AB} = (1, 2, 3)$, $\overrightarrow{AC} = (2, -1, -1)$, $\overrightarrow{AD} = (9, -2, x)$, 若 A, B, C, D 四点共面, 则实数 x 的值为 ()

- A. -1 B. 0
C. $\frac{3}{2}$ D. 2

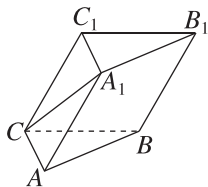
4. [2025 · 四川德阳高二期中] 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, M 为 AC 和 BD 的交点, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AA_1} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{MB_1} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$
B. $\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} - \mathbf{c}$
C. $-\frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$
D. $-\frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b} + \mathbf{c}$



5. 在如图所示的斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC = BC = CC_1 = 2$, $\angle BCC_1 = \angle ACC_1 = \frac{\pi}{3}$, 则“ $0 < \angle ACB < \frac{\pi}{3}$ ”是“ $\overrightarrow{CA_1} \cdot (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}) > 10$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件



*6. 点 P 是棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 上一点, 则 $\overrightarrow{PA_1} \cdot \overrightarrow{PC}$ 的取值范围是 ()

- A. $[-1, -\frac{1}{2}]$ B. $[-1, -\frac{1}{4}]$
C. $[-1, 0]$ D. $[-\frac{1}{2}, 0]$

二、多项选择题:本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 下列关于空间向量的说法中正确的是 ()

- A. 若非零向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 满足 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}, \mathbf{b} \parallel \mathbf{c}$, 则 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{c}$
B. 任意向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 满足 $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$
C. 若 $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$ 为空间向量的一组基底, 且 $\overrightarrow{OD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$, 则 A, B, C, D 四点共面
D. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 1, x)$, $\mathbf{b} = (-3, x, 9)$, 若 $x < \frac{3}{10}$, 则 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ 为钝角

8. [2024 · 江苏常州高二期中] 设空间两个单位向量 $\overrightarrow{OA} = (m, n, 0)$, $\overrightarrow{OB} = (0, n, p)$ 与向量 $\overrightarrow{OC} = (1, 1, 1)$ 的夹角都等于 $\frac{\pi}{4}$, 则 $\cos \angle AOB$ 的值可能为 ()

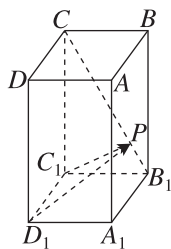
- A. $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{1+\sqrt{3}}{4}$
C. $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{1-\sqrt{3}}{4}$

三、填空题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

*9. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 1, 0)$, $\mathbf{b} = (-1, 0, 2)$, 若向量 $\mathbf{a} + k\mathbf{b}$ 与 $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ 的夹角为锐角, 则实数 k 的取值范围是_____.

10. 已知空间三点 $A(0, 0, 1)$, $B(-1, 1, 1)$, $C(1, 2, -3)$, 若直线 AB 上一点 M , 满足 $CM \perp AB$, 则点 M 的坐标为_____.

11. [2025 · 广东东莞高二期中] 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $CC_1 = C_1D_1 = \sqrt{3}$, $C_1B_1 = 1$, 点 P 为线段 B_1C 上一点, 则 $\overrightarrow{C_1P} \cdot \overrightarrow{D_1P}$ 的取值范围为_____.

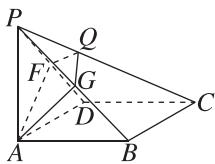


班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

四、解答题：本大题共 3 小题，共 43 分.

12. (13 分) 已知点 $A(-2, 0, 2)$, $B(-1, 1, 2)$, $C(-3, 0, 4)$, $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{AC}$.
- (1) 若 $|\mathbf{c}| = 6$, 且 $\mathbf{c} = \lambda \overrightarrow{CB}$, 求 $\mathbf{c}$ 的坐标;
- (2) 求以线段 AB, AC 为邻边的平行四边形的面积.

13. (15 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面是边长为 2 的菱形, $PA = 2$, $\angle DAB = 60^\circ$, 点 F, G 分别为 PD, PB 的中点, 设直线 PC 与平面 AFG 的交点为 Q , 求 $\cos \langle \overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{AB} \rangle$.



14. (15 分) 如图, 以长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点, 建立空间直角坐标系, M 是 AB 的中点, N 是 A_1D_1 的中点. 已知 $\overrightarrow{DB_1} = (4, 3, 2)$.
- (1) 分别写出点 B , 点 A_1 和 $\overrightarrow{AC_1}$ 的坐标.
- (2) 若点 P 是棱 BC 上一个动点, 是否存在点 P 使得 $\triangle MNP$ 为一个等腰三角形? 如果存在, 求出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.

